

Завдання III етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 2017-2018 рік

10 клас (середній рівень)

1. Розв'яжіть систему рівнянь в цілих числах x, y, z :

$$\begin{cases} x^4 + 4y^3 + 6x^2 + 4y = -137, \\ y^4 + 4x^3 + 6y^2 + 4x = 472. \end{cases}$$

2. Для яких натуральних n квадрат $n \times n$ можна повністю покрити без накладання деякою кількістю прямокутників 4×1 та одним квадратиком 1×1 ?

3. Про деяке натуральне число A відомо, що воно має рівно 2018 натуральних дільників (включно з 1 та самим числом A), та ділиться націло на 2018. Доведіть, що число A не ділиться націло на 2018^2 .

4. У гострокутному трикутнику ABC провели висоти BP і CQ , точка T – точка перетину висот ΔPAQ . Виявилось, що $\angle CTB = 90^\circ$. Знайдіть у градусах величину $\angle BAC$.

5. Для натуральних чисел m та n порівняйте два числа $A = m^{525} + n^{525}$ та $B = (m+n)(m^2+n^2)(m^4+n^4)(m^8+n^8)\dots(m^{128}+n^{128})$.

21 січня 2018 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

Подальша інформація про олімпіаду буде наведена на сайті
www.matholymp.com.ua

Завдання III етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 2017-2018 рік

10 клас (середній рівень)

1. Розв'яжіть систему рівнянь в цілих числах x, y, z :

$$\begin{cases} x^4 + 4y^3 + 6x^2 + 4y = -137, \\ y^4 + 4x^3 + 6y^2 + 4x = 472. \end{cases}$$

2. Для яких натуральних n квадрат $n \times n$ можна повністю покрити без накладання деякою кількістю прямокутників 4×1 та одним квадратиком 1×1 ?

3. Про деяке натуральне число A відомо, що воно має рівно 2018 натуральних дільників (включно з 1 та самим числом A), та ділиться націло на 2018. Доведіть, що число A не ділиться націло на 2018^2 .

4. У гострокутному трикутнику ABC провели висоти BP і CQ , точка T – точка перетину висот ΔPAQ . Виявилось, що $\angle CTB = 90^\circ$. Знайдіть у градусах величину $\angle BAC$.

5. Для натуральних чисел m та n порівняйте два числа $A = m^{525} + n^{525}$ та $B = (m+n)(m^2+n^2)(m^4+n^4)(m^8+n^8)\dots(m^{128}+n^{128})$.

21 січня 2018 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

Подальша інформація про олімпіаду буде наведена на сайті
www.matholymp.com.ua