

**Завдання III етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 2017-2018 рік**

**8 клас (середній рівень)**

1. Для натуральних чисел  $m$  та  $n$  порівняйте два числа  $A = m^{526} + n^{526}$  та  $B = (m+n)(m^2+n^2)(m^4+n^4)(m^8+n^8)\dots(m^{128}+n^{128})$ .
2. Вчитель писав на дошці цифри 123...9123...9123... доки не утворилося 2018-цифрове число. Після цього Андрій та Олеся грали в таку гру. По черзі (розпочинає Андрій) вони викреслювали по 2 цифри таким чином: або дві перші цифри числа, що залишилося після попереднього ходу, або дві останні цифри, або першу та останню цифри того числа. Гра закінчується, коли залишилося двоцифрове число. Перемагає Олеся, якщо це число ділиться на 3, інакше перемагає Андрій. Хто переможе за правильної гри обох гравців?
3. У рівнобедреному трикутнику  $ABC$  з вершиною в точці  $B$  проведені висоти  $BH$  та  $CL$ . Точка  $D$  така, що  $BDCH$  – прямокутник. Знайдіть величину кута  $DLH$ .
4. Відомо, що книжкова полиця вміщає 9 однакових товстих книг, але 10-та книга вже не влізла. Так само на неї можна поставити 15 однакових тонких книг, а 16-та вже не влізе. Чи можливо, щоб на полиці помістилися одночасно:  
а) 7 товстих та 5 тонких книг?  
б) 6 товстих та 6 тонких книг?
5. Про деяке натуральне число  $A$  відомо, що воно має рівно 2018 натуральних дільників (включно з 1 та самим числом  $A$ ), та ділиться націло на  $2018$ . Доведіть, що числа  $A$  не ділиться націло на  $2018^2$ .

21 січня 2018 р.

На виконання завдання відводиться 4 години  
Кожна задача оцінюється в 7 балів

Подальша інформація про олімпіаду буде наведена на сайті  
[www.matholymp.com.ua](http://www.matholymp.com.ua)

**Завдання III етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 2017-2018 рік**

**8 клас (середній рівень)**

1. Для натуральних чисел  $m$  та  $n$  порівняйте два числа  $A = m^{526} + n^{526}$  та  $B = (m+n)(m^2+n^2)(m^4+n^4)(m^8+n^8)\dots(m^{128}+n^{128})$ .
2. Вчитель писав на дошці цифри 123...9123...9123... доки не утворилося 2018-цифрове число. Після цього Андрій та Олеся грали в таку гру. По черзі (розпочинає Андрій) вони викреслювали по 2 цифри таким чином: або дві перші цифри числа, що залишилося після попереднього ходу, або дві останні цифри, або першу та останню цифри того числа. Гра закінчується, коли залишилося двоцифрове число. Перемагає Олеся, якщо це число ділиться на 3, інакше перемагає Андрій. Хто переможе за правильної гри обох гравців?
3. У рівнобедреному трикутнику  $ABC$  з вершиною в точці  $B$  проведені висоти  $BH$  та  $CL$ . Точка  $D$  така, що  $BDCH$  – прямокутник. Знайдіть величину кута  $DLH$ .
4. Відомо, що книжкова полиця вміщає 9 однакових товстих книг, але 10-та книга вже не влізла. Так само на неї можна поставити 15 однакових тонких книг, а 16-та вже не влізе. Чи можливо, щоб на полиці помістилися одночасно:  
а) 7 товстих та 5 тонких книг?  
б) 6 товстих та 6 тонких книг?
5. Про деяке натуральне число  $A$  відомо, що воно має рівно 2018 натуральних дільників (включно з 1 та самим числом  $A$ ), та ділиться націло на  $2018$ . Доведіть, що число  $A$  не ділиться націло на  $2018^2$ .

21 січня 2018 р.

На виконання завдання відводиться 4 години  
Кожна задача оцінюється в 7 балів

Подальша інформація про олімпіаду буде наведена на сайті  
[www.matholymp.com.ua](http://www.matholymp.com.ua)

