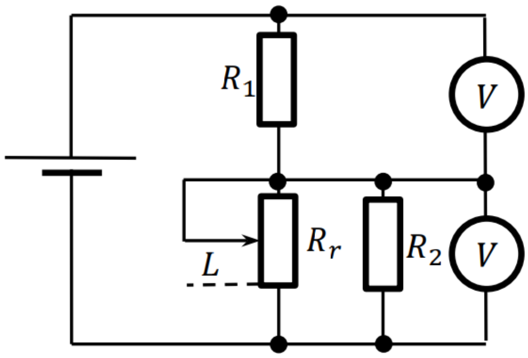
Розвязки завдань II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики
10 клас

Задача 1

У електричному колі з’єднані ідеальна батарейка, два резистори з опорами $R_1 = 10$ Ом та $R_2 = 20$ Ом, реостат. Довжина реостата $L_0 = 10$ см, а його максимальний опір $R_r = 80$ Ом. Опір будь-якої ділянки реостати прямо пропорційний його довжині.



Чому дорівнює опір кола, якщо повзунок реостата перемістити в нижнє положення, показане пунктирною лінією на схемі.

На яку відстань L необхідно змістити повзунок реостата від нижнього положення, щоб покази ідеальних вольтметрів були однаковими?

Розв’язок

Якщо повзунок реостата знаходиться в нижньому положенні, то його опір прямує до нуля. Тоді струм проходить через ідеальну ділянку з реостатом, а через резистор з опором R_2 не тече. Тому загальний опір кола дорівнюватиме $R_1 = 10$ Ом.

Якщо змістити повзунок реостата на відстань L від нижнього положення та врахувати, що опір будь-якої ділянки реостати прямо пропорційний його довжині, то опір провідника стане $R = R_r \frac{L}{L_0}$ (1).

За схемою перший вольтметр вимірює напругу на резисторі з опором R_1 – U_1, а другий (на ділянці з паралельно з’єднаними реостатом та резистором з опором R_2) – U_{1r}. Ділянка з паралельним з’єднанням приладів має опір $r = \frac{R_2 \cdot R}{R + R_2}$.

Резистор з опором R_1 приєднаний до ділянки з паралельно з’єднаними реостатом та резистором з опором R_2 послідовно. Отже сила струму на цих ділянках однакова: $I_1 = I_{2r}$

За умовою задачі покази вольтметрів однакові: $U_1 = U_{2r}$;

$I_1 R_1 = I_{2r} \frac{R_2 \cdot R}{R + R_2}$;

$R_1 = \frac{R_2 \cdot R}{R + R_2}$.

Звідси $R = \frac{R_2 \cdot R_1}{R_2 - R_1}$. Якщо врахувати формулу (1), то $R_r \frac{L}{L_0} = \frac{R_2 \cdot R_1}{R_2 - R_1}$;

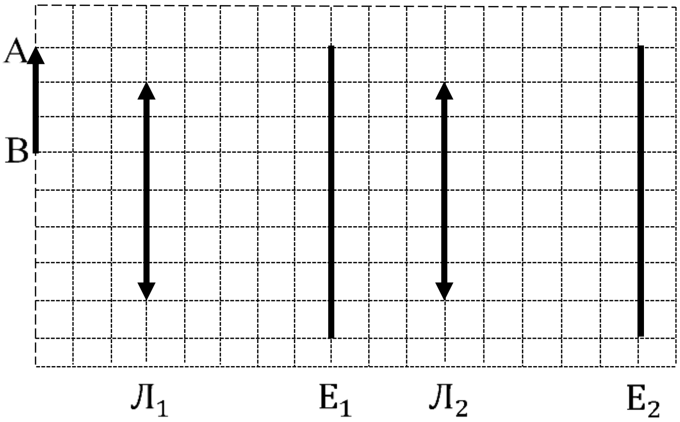
$L = \frac{R_2 R_1 L_0}{R_r (R_2 - R_1)} = 25$ мм.

Задача 2

Дві однакові лінзи $Л_1$ та $Л_2$ створюють дійсні зображення світного предмета АВ. Лінза $Л_1$ – на напівпрозорому матовому екрані $Е_1$. Лінза $Л_2$

проектує зображення з екрану E_1 на екран E_2. Розташування предмета та лінз показано на рисунку.

Побудуйте зображення предмета на екрані E_2та визначте фокусну відстань лінз. Екрани E_1 і E_2 уважайте необмеженими за висотою.



Задача 3

Для колонізації планет учені пропонують використовувати повітряні міста у вигляді плівкових оболонок. Уявіть, що на Венері астронавти розгорнули таке місто, але під час його зовнішнього обслуговування людина в скафандрі зірвалася й почала падати. За рахунок сили опору атмосфери Венери для людини встановлюється деяка швидкість, яка в умовах поблизу Землі дорівнює 50 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Чи буде зіткнення людини з поверхнею Венери безпечним?

Сила опору атмосфери пропорційна квадрату швидкості та площі перерізу тіла, густині атмосфери.

Маса Венери – $4{,}86 \cdot 10^{24}$ кг, її радіус – 6051,5 км. Густина атмосфери Венери – 67 $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, Землі – 1,29 $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Гравітаційна стала – $6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2}$.

Розв’язок

Спочатку швидкість астронавта буде зростати до максимального значення, а потім почне зменшуватися до якогось значення $v_\text{В}$, за рахунок збільшення густини атмосфери Венери. Оскільки рух астронавта відбувається з постійною швидкістю, то сила тяжіння $F = mg_\text{В}$ урівноважується силою опору $F_0 = k\rho_\text{В} v_\text{В}^2 S$, де k – коефіцієнт пропорційності, $\rho_\text{В}$ – густина атмосфери Венери, $v_\text{В}$ – швидкість астронавта, S – площа поверхні тіла астронавта.

$$mg_\text{В} = k\rho_\text{В} v_\text{В}^2 S$$

Звідси, $v_\text{В} = \sqrt{\frac{mg_\text{В}}{k\rho_\text{В}S}}$.

Аналогічний вираз отримаємо для швидкості руху в умовах Землі:

$$v_\text{З} = \sqrt{\frac{mg_\text{З}}{k\rho_\text{З}S}}.$$

$$\frac{v_\text{В}}{v_\text{З}} = \sqrt{\frac{g_\text{В}\rho_\text{З}}{\rho_\text{В}g_\text{З}}}\ (1)$$

Використовуючи закон всесвітнього тяжіння, визначимо прискорення вільного падіння на Венері: $g_В = G\frac{M_в}{R_В^2}$ (2).

Підставимо вираз (2) в (1) та отримаємо: $v_В = v_З\sqrt{\frac{\rho_З}{\rho_В g_З}\cdot G\frac{M_в}{R_В^2}}$.

$$v_В = 50\,\frac{м}{с}\sqrt{\frac{1{,}29\,\frac{кг}{м^3}}{67\frac{кг}{м^3}\cdot 9{,}8\frac{кг}{м^3}}\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{Н\cdot м^2}{кг^2}\cdot\frac{4{,}86\cdot 10^{24}\,кг}{(6051{,}5\cdot 10^3 м)^2}} \approx 6{,}5\,\frac{м}{с}.$$

Швидкість перед приземленням астронавта на Венері дорівнює $6{,}5\,\frac{м}{с}$.

Оцінимо висоту, з якої може впасти людина, на Землі, набуваючи такої ж швидкості як на Венері: $h = \frac{v^2}{2g_З} = \frac{(6{,}5\frac{м}{с})^2}{2\cdot 9{,}8\frac{кг}{м^3}} = 2{,}1$ м.

З висоти 2,1 м людина може приземлитися безпечно.

Задача 4

Під яким кутом α до горизонту кинуто камінець, якщо у верхній точці траєкторії його можна побачити під кутом β до горизонту? Опором повітря під час руху камінця знехтувати.

Розв'язок

Нехай висота камінця у верхній точці траєкторії дорівнює H, а відстань до нього по горизонталі в цей момент L. Тоді $\operatorname{tg}\beta = \frac{H}{L}$ (1).

Якщо початкова швидкість камінця v_0, то горизонтальна складова швидкості камінця $v_{0x} = v_0\cos\alpha$, а вертикальна – $v_{0y} = v_0\sin\alpha$.

Уздовж вертикалі рух відбувається під дією сили тяжіння, надаючи камінцю прискорення вільного падіння проти його руху. У верхній точці траєкторії вертикальна складова швидкості дорівнюватиме 0: $0 = v_0\sin\alpha - gt$. Тому час польоту до цієї точки: $t = \frac{v_0\sin\alpha}{g}$.

Висота польоту:

$$H = v_0\sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2} = v_0\sin\alpha\cdot\frac{v_0\sin\alpha}{g} - \frac{g}{2}\cdot\left(\frac{v_0\sin\alpha}{g}\right)^2 = \frac{v_0^2 sin^2\alpha}{2g}.$$

Дальність польоту: $L = v_0\cos\alpha\cdot t = v_0\cos\alpha\cdot\frac{v_0\sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}$.

Тоді $\frac{H}{L} = \frac{\frac{v_0^2 sin^2\alpha}{2g}}{\frac{v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}} = \frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha} = \frac{tg\alpha}{2}$ (2).

Прирівнявши вирази (1) і (2), отримаємо: $\frac{tg\alpha}{2} = \operatorname{tg}\beta$;

$$\alpha = arctg(2\operatorname{tg}\beta).$$