Відповіді
ІІ етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики
2023-2024 н.р.
6 клас

1. $\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{2023}\right)=\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\ldots\cdot\frac{2024}{2023}=\frac{2024}{2}=1012.$

2. Вага Сашка після новорічних свят збільшилася на $\frac{2}{61}\cdot\frac{183}{61}=3$ кг, а вага Олесі після свят зменшилася на $\frac{0{,}05}{100}\cdot 1000 = 0{,}5$ кг. Отже, їхня сумарна вага збільшилася на 2,5 кг.

Відповідь: збільшилася на 2,5 кг.

3. Сторона квадрата $ABCD$ дорівнює 400 міліметрів, а сторона квадрата K_1 дорівнює 140 міліметрів. Тоді сторона квадрата K_2 становить 260 міліметрів. Крім того, $MB = AB - AM = 260$ мм.

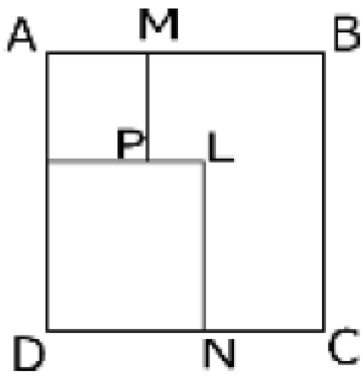

Рис. 1

Позначимо вершини фігури F (рис. 1) через $MBCNLP$.

Тоді периметр фігури F
$PF = (MP + LN) + BC + (PL + NC) + MB = 2BC + 2MB =$
$= 2 \cdot 400 + 2 \cdot 260 = 1320$ мм.

Відповідь: 1320 мм.

4. Подивимось, скільки міг одержати Малюк, якби цукерок було як завгодно багато:

$$1,\ 1+3=4,\ 1+3+5=9,\ 1+3+5+7=16,\ 1+3+5+7+9=25,$$
$$1+3+5+7+9+11=36,\ 1+3+5+7+9+11+13=49,$$
$$1+3+5+7+9+11+13+15=64,\ 1+3+5+7+9+11+13+15+17=81,$$
$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19=100.$$

Таким чином, Малюк забрав останню цукерку, при цьому Карлсону дісталося $2+4+\ldots+20=110$ цукерок. Тому разом їх було 211.

Відповідь: 211.

5. Якщо взяти 2 гирі, то усього можна зважити щонайбільше 4 різних за вагою перлини $(a \geq b)$: a, b, $a+b$, $a-b$.

А 3 гир цілком вистачить: хай вони будуть 1, 3, 9.

Тоді можемо зважити такі перлини:

$$1,\ 2=3-1,\ 3,\ 4=3+1,\ 5=9-3-1,\ 6=9-3,\ 7=9-3+1,\ 8=9-1,\ 9,\ 10=9+1,$$
$$11=9+3-1,\ 12=9+3,\ 13=9+3+1.$$

Відповідь: 3.

Відповіді

ІІ етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

2023-2024 н.р.

7 клас

1. $(x-2023)(x-2024)(x-2025) = (x-2024)(x-2025)(x-2026)$.

$$(x-2023)(x-2024)(x-2025) - (x-2024)(x-2025)(x-2026)=0.$$

$$(x-2024)(x-2025)\,((x-2023)-(x-2026))=0.$$

$$((x-2024)(x-2025))\,(x-2023-x+2026))=0.$$

$$((x-2024)(x-2025))\,3=0.$$

$$x-2024=0 \text{ або } x-2025=0.$$

$$x = 2024 \text{ або } x = 2025.$$

Відповідь: $x = 2024$ або $x = 2025$.

2. Нехай хлопчиків було $4x$, тоді дівчат – $3x$.

Нагородженими виявились $\frac{1}{5}\cdot 4x=\frac{4}{5}x$ хлопчиків та $\frac{1}{4}\cdot 3x=\frac{3}{4}x$ дівчат.

Таким чином $\frac{4}{5}x+\frac{3}{4}x=31$ або $\frac{31}{20}x=31$.

Звідси $x=20$, тому усього дітей брали участь в олімпіаді $7x=140$.

Відповідь: 140.

3. Позначимо вершини фігури F (рис. 1).

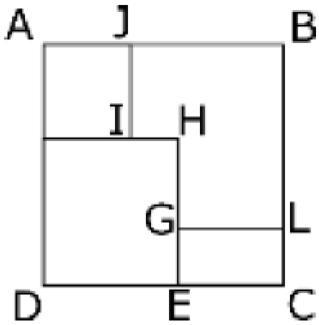

Рис. 1

Сторона квадрата $ABCD$ дорівнює 4000 мм, а сторона квадрата K_1 – 140 мм.

Окрім того, $BL = BC - LC$ = 3900 мм,

а $JB = AB - AJ$ = 3860 мм.

Знайдемо периметр фігури F:

$PF = (JI + HG) + BL + (IH + GL) + JB = 2BL + 2JB =$

$= 2 \cdot 3900 + 2 \cdot 3860 = 15\,520$ мм.

Відповідь: 15 520 мм.

4. $\angle BOC + \angle BOA = 180°$ і $90° = \angle EOB + \angle BOK = \frac{1}{2}\angle AOB + \angle BOK$. Тому $\frac{1}{2}\angle BOC + \frac{1}{2}\angle BOA = \frac{1}{2}\angle AOB + \angle BOK$, звідки $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle BOK$, а отже OK є бісектрисою кута BOC.

5. Якщо взяти 2 гирі, то усього можна зважити щонайбільше 4 різних за вагою перлини $(a \geq b)$: a, b, $a+b$, $a-b$. А 3 гир цілком вистачить: хай вони будуть $1, 3, 9$. Тоді можемо зважити такі перлини:

1, $2=3-1$, 3, $4=3+1$, $5=9-3-1$, $6=9-3$, $7=9-3+1$, $8=9-1$, 9, $10=9+1$, $11=9+3-1$, $12=9+3$, $13=9+3+1$.

Відповідь: 3.

6. Методом від супротивного, припустимо, що заповнення числами існує. Тоді порахуємо суму чисел у кожному рядку – кожне з цих 2023 числа непарне, а тому сума цих 2023 чисел, яка дорівнює сумі всіх чисел таблиці 2023×2023, є непарною. Аналогічно порахуємо суму чисел у кожному стовпчику – кожне з цих 2023 числа парне, а тому сума цих 2023 чисел, яка дорівнює сумі усіх чисел таблиці 2023×2023, є парною. Тобто сума усіх чисел у таблиці одночасно має бути парним числом і непарним числом. Одержана суперечність завершує доведення.

Відповідь: ні.

Відповіді

ІІ етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

2023-2024 н.р.

8 клас

1. Позначимо $A = 2023^{2023} \cdot 2022^{2022}$, $B = 2023^{2022} \cdot 2022^{2023}$і розглянемо відношення $\frac{A}{B}$ =$2023^{2023} \cdot 2022^{2022}/2023^{2022} \cdot 2022^{2023}$=$\frac{2023}{2022} > 1$.

Отже, $A > B$.

Відповідь: перше число більше.

2. Нехай загальна вага улову M , маса більших трьох $-m_1 = 0,35M$.

Тоді маса менших трьох дорівнює $m_2 = \frac{5}{13} \cdot 0,65M = 0,25M$.

Таким чином – сім'ї дісталася риба вагою $m_3 = 0,4M$.

Отже, риб сім'я з'їла не менше 4-*x*.

Бо не яки 3 з цих риб не повинні важити більше $m_1 = 0,35M$.

Якщо сім'я з'їла 5 риб, то середня вага $\frac{0,4M}{5} = 0,08M$, а середня вага риб, що з'їв кіт дорівнює $\frac{0,25M}{3} = \frac{M}{12} > 0,08M$, що неможливо. Тим паче при більшій кількості риб. Тому сім'я з'їла 4 рибини, а загалом дід спіймав 10 рибин.

Відповідь: 10.

3. Розглянемо дану рівність за модулем 3.

Права частина 2023^k=1(mod 3).

Серед трьох послідовних натуральних чисел n, n+1, n+2, одне ділиться на 3, одне дає остачу 1 при діленні на 3, і одне дає остачу 2.

Якщо x ділиться на 3, то x^x теж ділиться, якщо x дає остачу 1, то x^x також дає остачу 1, а якщо x дає остачу 2, то x^x дає остачу 1 чи 2.

Отже, $n^n+(n+1)^{n+1}+(n+2)^{n+2}$ дає остачу 2 чи 0 за модулем 3.

Одержана суперечність завершує доведення.

4. Позначимо на відрізку AC точку F, що задовольняє умову $AF = AE = CD$. Тоді $\Delta AFB = \Delta CDB$ за кутом та двома прилеглими сторонами.

Проведемо промінь BA, на якому відкладемо відрізок $AG = BA$ (рис. 1).

Тоді $\Delta BAF = \Delta GAE$ за рівними вертикальними кутами та прилеглими сторонами.

Тому $GE = BF = BD$.

З одержаних рівностей трикутників маємо:

$$P_{BDE} = BE + BD + DE = BE + EG + EA + AD >$$
$$> BG + DC + AD = BA + BC + AC = P_{ABC}.$$

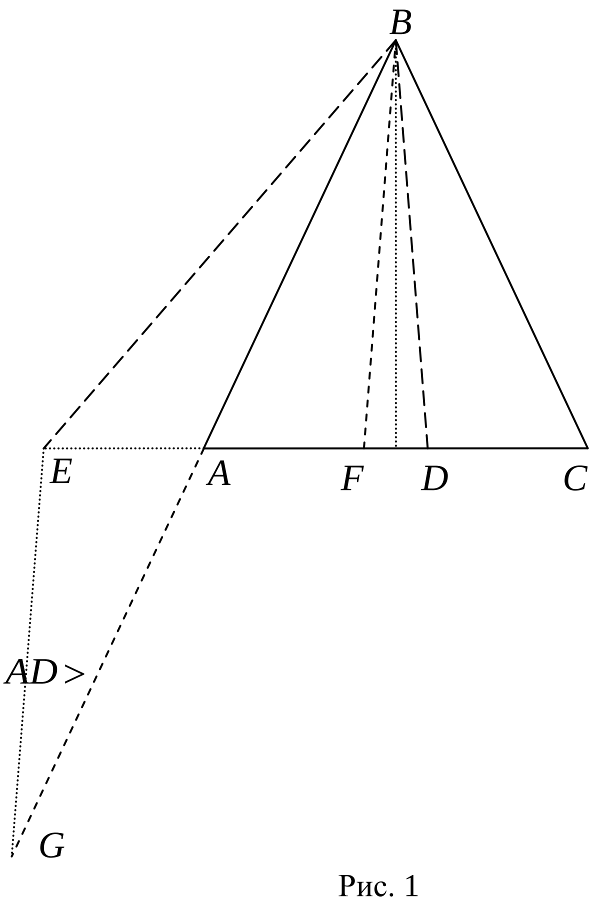

Рис. 1

5. Доведемо, що перший завжди виграє завдяки такій стратегії: кожним своїм ходом він ходить до кінця тієї вертикалі, де стоїть фішка, без порушень правил, тобто не перетинаючи ті поля, на яких фішка вже побувала. Це він робить кожного ходу. Тоді другий гравець вже не зможе перетнути ту вертикаль, де фішка вже побувала, оскільки перший гравець так би мовити своїм ходом виключає цю вертикаль з гри. Другий гравець може зробити щонайбільше 7 ходів (усього 8 вертикалей, але ліва з них виключається з гри відразу після ходу першого). Але своїми ходами другий гравець може зменшити кількість вільних клітин на вертикалі максимум на 1, тому на своєму другому ході перший має вертикаль, на якій 7 вільних клітин. І цю перевагу принаймні в одну клітину (один хід) він зможе зберегти до кінця гри.

Відповідь: перемагає перший гравець.

6. За умовою чорна клітина не має суміжної сторони більше, ніж із однією червоною клітиною. Тому, якщо зафарбуємо чорним якусь клітину, яка межує з іншими з усіх сторін, то ці сусідні не можуть усі бути червоними, тільки якась одна з них. Це зменшує кількість червоних, тому максимальна кількість червоних клітин може бути тільки тоді, коли чорним зафарбуємо крайні клітини.

Зафарбуємо кутову чорним. Поряд з нею дві сусідні, тільки одна з них може бути червоною.Тому поряд ще одну зафарбуємо чорним. Знову з нею поряд тільки одна може бути червоною, тому сусідню фарбуємо чорним і т.д.

Таким чином ми зафарбуємо нижній рядок чорним, а усі інші клітини червоним. Найбільша кількість клітин, які можуть бути зафарбовані червоним дорівнює 16-4=12.

Відповідь:12.

Відповіді
ІІ етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики
2023-2024 н.р.
9 клас

1. Позначимо через $x = 2023 \cdot 2025$, тоді $x + 1 = 2024^2$.

Перше число дорівнює

$$2024^4 - 2024^2 + 1 = (x+1)^2 - (x+1) + 1 = x^2 + x + 1.$$

Друге число дорівнює

$$(2023 \cdot 2025)^2 + 2023 \cdot 2025 - 1 = x^2 + x - 1.$$

Відповідь: більшим є число $2024^4 - 2024^2 + 1$.

2. Нехай А, Б, В, Г, Д – площі ділянок кожного брата відповідно. Тоді за умовою, $\frac{1}{10}$А=$\frac{1}{15}$Б=$\frac{1}{20}$В=$\frac{1}{25}$Г=$\frac{1}{30}$Д (*).

Позначимо, А=x, знайдемо Б=1,5x, В=2x, Г=2,5x, Д=3x.

Отже, спільна площа їх ділянок була 10 x, збільшилася на $\frac{1}{10}x$=0,1x у кожного, тобто на 0,5 x сумарно.

Загальна площа земельної ділянки братів збільшилася $\frac{0{,}5x}{10x} \cdot 100$ %=5%

Відповідь: на 5%

3. Проведемо відрізок MN, тоді $\angle NKB = \angle KMN = \beta$.

Позначимо $\angle AMK = x$, $\angle KNB = y$ (рис. 1).

Оскільки $\angle AMN + \angle NBA = 180°$, то $x + \beta + 180° - \beta - y = 180°$, звідки остаточно й маємо, що $x = y$.

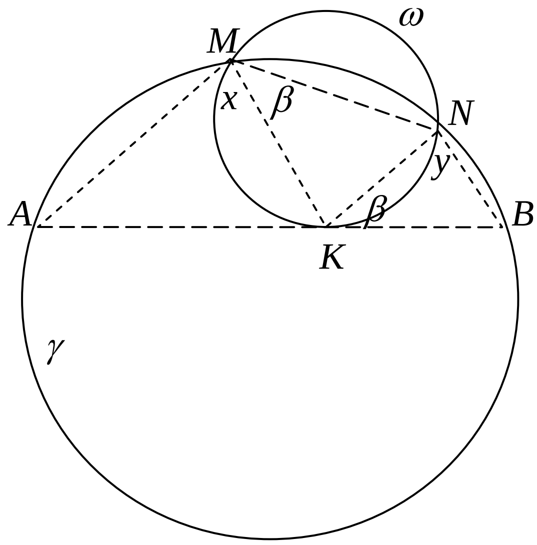

Рис. 1

4. Доведемо, що перший завжди виграє завдяки такій стратегії: кожним своїм ходом він ходить до кінця тієї вертикалі, де стоїть фішка, без порушень правил, тобто не перетинаючи ті поля, на яких фішка вже побувала. Це він робить кожного ходу.

Тоді другий гравець вже не зможе перетнути ту вертикаль, де фішка вже побувала, оскільки перший гравець так би мовити своїм ходом виключає цю вертикаль з гри.

Другий гравець може зробити щонайбільше 7 ходів (усього 8 вертикалей, причому ліва з них виключається з гри відразу після ходу першого).

Своїми ходами другий гравець може зменшити кількість вільних клітин на вертикалі максимум на 1, тому на своєму другому ході перший має вертикаль, на якій 7 вільних клітин. І цю перевагу принаймні в одну клітину (один хід) він зможе зберегти до кінця гри.

Відповідь: перемагає перший гравець.

5. Серед 7 клітинок першого рядка є принаймні 4 клітинки одного кольору. Виберемо ці клітинки (будемо для визначеності вважати, що вони білого кольору), і будемо розглядати тільки віповідні 4 стовпчики таблиці.

Якщо в якомусь із двох інших рядках таблиці є дві білі клітини (у цих чотирьох стовпчиках), то відповідний прямокутник є шуканим.

У протилежному випадку ці два рядки містять не більше однієї білої клітинки, а отже не менше ніж по три чорні.

Тоді існують два стовпчика, у яких у другому й третьому рядках стоять чорні клітини, які й утворюють шуканий прямокутник.

6. $[2023x[x]] = 2023$, де $[x]$ –найбільше ціле число, що менше або рівне x.

За означенням цілої частини $2023 \leq 2023x[x] < 2024$,

$$1 \leq x[x] < \frac{2024}{2023},$$

$$1 \leq x[x] < 1\frac{1}{2023}.$$

Розглянемо для різних значень $[x]$.

1) $0 \leq x < 1$, $[x] = 0$ і нерівність прийме вигляд:

$$1 \leq x \cdot 0 < \frac{2024}{2023},\ 1 \leq\ 0 < \frac{2024}{2023},\text{ тобто } x \in\varnothing;$$

2) $1 \leq x < 2$, $[x] = 1$, $1 \leq x \cdot 1 < \frac{2024}{2023}$ і $1 \leq\ x\ < \frac{2024}{2023}$;

3) $n \leq x < n + 1$, $n \in$ N, $n \geq 2$, $[x] = n$, нерівність запишеться у вигляді $1 \leq x \cdot n < \frac{2024}{2023}$, $\frac{1}{n} \leq x < \frac{2024}{2023n}$, а $\frac{2024}{2023n} < n$ для всіх розглядуваних n, тому $x \in\varnothing$;

4) $-1 \leq x < 0$, $[x] = -1$, $1 \leq x \cdot (-1) < \frac{2024}{2023}$, $-\frac{2024}{2023} < x \leq -1$, $x = -1$;

5) $-n \leq x < -(n + 1)$, $n \in$ N, $n \geq 2$, $[x] = -n$,

$1 \leq x \cdot (-n) < \frac{2024}{2023}$, $-\frac{2024}{2023n} < x < -\frac{1}{n}$, як і раніше $x \in\varnothing$;

$-\frac{2024}{2023n} > -n$ для всіх розглядуваних n, тому $x \in\varnothing$.

Відповідь: $x \in\{-1\} \cup [1; 2)$.

Відповіді
ІІ етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики
2023-2024 н.р.
10 клас

1. $\dfrac{x-2023}{x-2024}=\dfrac{x-2024}{x-2023}$.

$$(x-2023)^2=(x-2024)^2 \Leftrightarrow |x-2023|=|x-2024| \Leftrightarrow x=\frac{4047}{2}=2023{,}5$$

Відповідь: $x=2023{,}5$.

2. Нехай спочатку було x учасників, тоді через рік їх стало ($x+n$), а через два роки – ($x+n+300$).

За перший рік кількість учасників збільшилась на $\frac{n}{x}\cdot 100\%$, а за другий рік – на $\frac{300}{x+n}\cdot 100\%$.

Маємо рівняння $\frac{n}{x}\cdot 100=300$ і $\frac{300}{x+n}\cdot 100=n$.

З першого рівняння $n=3x$, тоді $\frac{300}{x+n}\cdot 100=3x$, звідки $x=50$.

Учасників стане 50+150+300=500 чоловік.

Відповідь: 500.

3. Оскільки $PO \parallel AB$ (рис. 1), то $\angle BAO=\angle AOP$, тому $OP=AP$.

Оскільки $AP=PC$, то ΔAOC – прямокутний з прямим кутом $\angle AOC$.

Тому $CN \perp AO \Rightarrow$ у ΔANC відрізок AO – висота та бісектриса, тому він рівнобедрений.

Тобто, $AN=AC$, $NM=MC$.

З рівності $\angle MNK=\angle MCK=\angle MBK$ випливає, що $BNKM$ – вписаний.

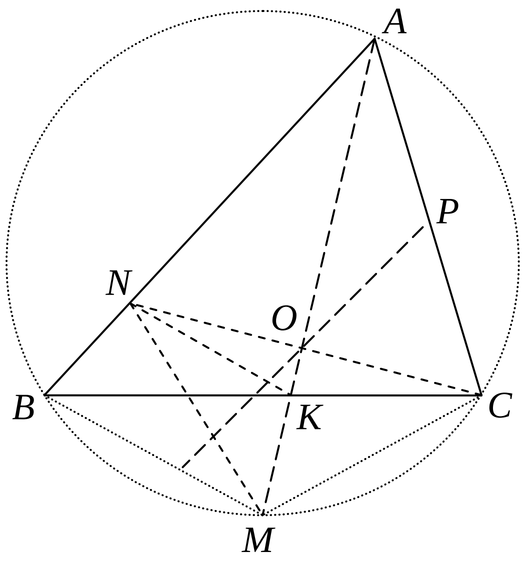

Рис. 1

4. Оскільки в кожної команди рівно 7 суперників, то після 6-го туру, позаяк жодна пара команд не зустрічалася двічі, кожна команда не грала рівно з однією іншою.

Причому ясно, що якщо команда А не грала з командою Б, то команда Б не грала з командою А.

Тому всіх учасників можна розбити на 4 пари команд, які не грали між собою, і саме між цими парами провести матчі останнього туру.

Відповідь: так.

5. Пофарбуємо в синій колір дуги, центрально симетричні відносно центра кола жовтим дугам (можливо, деякі точки кола будуть пофарбовані в жовтий і синій кольори одночасно).

При цьому сума довжин пофарбованих дуг менша за довжину кола.

Тому, на колі знайдеться незафарбована точка.

Центрально симетрична їй відносно центра кола точка також буде незафарбована.

Діаметр, що проходить через ці точки, шуканий.

6. Многокутник називається опуклим, якщо усі його діагоналі лежать усередині цього многокутника.

Припустимо, що такий 2023-кутник існує.

Позначимо його сторону як a, тоді a^2 – ціле число, а вершини як $(x_1, y_1), (x_2, y_2),\ldots, (x_{2023}, y_{2023})$.

Розглянемо такий 2023-кутник із найменшим значенням a^2.

Маємо $(x_i-x_{i+1})^2+(y_i-y_{i+1})^2=a^2$ для кожного i, де $x_{2024}=x_1$, $y_{2024}=y_1$.

Якщо a^2 кратне 4, то, оскільки якщо сума двох квадратів цілих чисел кратна 4, то обидва числа парні, маємо що $x_i\equiv x_{i+1}(\mathrm{mod}\ 2)$, $y_i\equiv y_{i+1}(\mathrm{mod}\ 2)$ для кожного i.

Але тоді можна розглянути вдвічі менший многокутник із вершинами $(x_i-x_1/2, y_i-y_1/2)$, у якого також усі вершини будуть у цілих точках, а довжина кожної сторони буде $a/2$, одержали суперечність.

Якщо $a^2\equiv 2(\mathrm{mod}\ 4)$, то x_i та x_{i+1} різної парності для кожного i, що призведе до суперечності, оскільки ми отримаємо, що x_1 та x_1 різної парності.

Якщо $a^2\equiv 1(\mathrm{mod}\ 2)$, то x_i+y_i та $x_{i+1}+y_{i+1}$ різної парності для кожного i, що призведе до суперечності.

Відповіді
II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики
2023-2024 н.р.
11 клас

1. Оскільки $\frac{2023}{2^{2023}}=\frac{2023}{2^{2023}}\cdot\frac{5^{2023}}{5^{2023}}$, то нам треба просто знайти четверту з кінця цифру числа $2023\cdot5^{2023}$.

Дослідимо періодичність останніх чотирьох цифр числа $2023\cdot5^{n}$.
$2023\cdot5^1$=1<u>0115</u>, $2023\cdot5^2$=5<u>0575</u>, $2023\cdot5^3$=25<u>2875</u>, $2023\cdot5^4$=126<u>4375</u>, $2023\cdot5^5$=632<u>1875</u>, $2023\cdot5^6$=3160<u>9375</u>, $2023\cdot5^7$= ….6875, $2023\cdot5^8$=….4375.
Як бачимо, далі все повторюється періодично.
Таким чином $2023\cdot5^{2020}$=…..4375, $2023\cdot5^{2023}$=….6875, тому шукана цифра – 6.

Відповідь: 6.

2. Проведемо відрізки MQ і MN, продовжимо промінь NM і виберемо на ньому довільну точку P (рис. 1). За побудовою чотирикутники $CNMK$ і $ANMQ$ вписані, тому $\angle ACB=\angle PMK$ та $\angle BAC=\angle PMQ$.
Але тоді
$\angle ABC=180^\circ-\angle BAC-\angle BCA=$
$=180^\circ-\angle PMQ-\angle PMK=180^\circ-\angle KMQ$.
Тому чотирикутник $BKMQ$ – вписаний.

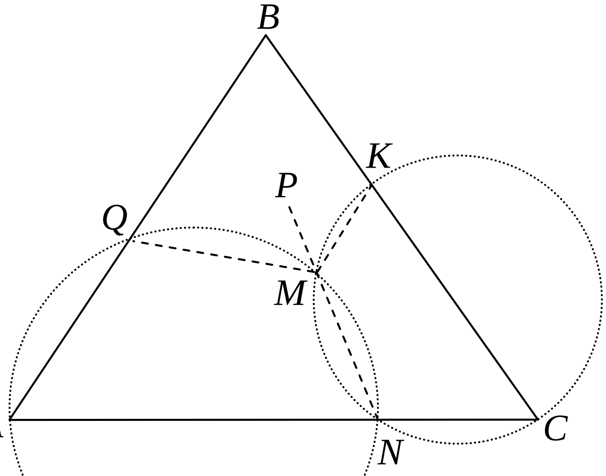

Рис. 1

Крім того, за умовою це трапеція (або паралелограм), а тому це рівнобічна трапеція (або прямокутник).

Звідси вона має рівні діагоналі, тому $BM=KQ$.

3. Проведемо 5 турів у такий спосіб, як це показано в таблиці.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1	**XX**	**4**			**3**	**2**	**1**	**5**
2	**4**	**XX**	**5**			**3**	**2**	**1**
3		**5**	**XX**	**1**		**4**	**3**	**2**
4			**1**	**XX**	**2**	**5**	**4**	**3**
5	**3**			**2**	**XX**	**1**	**5**	**4**
6	**2**	**3**	**4**	**5**	**1**	**XX**		
7	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**		**XX**	
8	**5**	**1**	**2**	**3**	**4**			**XX**

На перетині i-го рядка та j-го стовпчика вказано, у якому турі грали між собою команди i та j.

Якщо протягом 5 турів команди не встигли зіграти між собою, відповідна комірка таблиці порожня.

Як видно, протягом останніх двох турів кожні дві з трьох команд 6, 7 та 8 мають зіграти між собою. Це, звичайно, неможливо.

Відповідь: ні.

4. Пофарбуємо в синій колір дуги, центрально симетричні відносно центра кола жовтим дугам (можливо, деякі точки кола будуть пофарбовані в жовтий і синій кольори одночасно). При цьому сума довжин пофарбованих дуг менша за довжину кола. Тому, на колі знайдеться не зафарбована точка.

Центрально симетрична їй відносно центра кола точка також буде незафарбована. Діаметр, що проходить через ці точки, шуканий.

5. Многокутник називається опуклим, якщо усі його діагоналі лежать усередині цього многокутника.

Припустимо, що такий 2023-кутник існує. Позначимо його сторону як a, тоді a^2 – ціле число, а вершини як (x_1, y_1),(x_2, y_2),…,(x_{2023}, y_{2023}). Розглянемо такий 2023-кутник з найменшим значенням a^2. Маємо $(x_i-x_{i+1})^2+(y_i-y_{i+1})^2=a^2$ для кожного i, де $x_{2024}=x_1$,$y_{2024}=y_1$.

Якщо a^2 кратне 4, то, оскільки якщо сума двох квадратів цілих чисел кратна 4, то обидва числа парні, маємо що $x_i\equiv x_{i+1}(\mathrm{mod}\ 2)$, $y_i\equiv y_{i+1}(\mathrm{mod}\ 2)$ для кожного i.

Але тоді можна розглянути вдвічі менший многокутник із вершинами $(x_i-x_1/2, y_i-y_1/2)$, у якого також усі вершини будуть у цілих точках, а довжина кожної сторони буде $a/2$, одержали суперечність.

Якщо $a^2\equiv 2(\mathrm{mod}\ 4)$, то x_i та x_{i+1} різної парності для кожного i, що призведе до суперечності, оскільки ми отримаємо, що x_1 та x_1 різної парності.

Якщо $a^2\equiv 1(\mathrm{mod}\ 2)$, то x_i+y_i та $x_{i+1}+y_{i+1}$ різної парності для кожного i, що призведе до суперечності.

Відповідь: ні.

6. $[\underbrace{\sqrt{2023+\sqrt{2023+\sqrt{2023+\ldots+\sqrt{2023}}}}}_{2023\ \text{коренів}}]$, де $[x]$ – найбільше ціле число, що менше або рівне x.

Зрозуміло, що $44 \le \sqrt{2023} < 45$, тому $[\sqrt{2023}] = 44$.

Міркуючи аналогічно, отримаємо:

$$2067 \le 2023+\sqrt{2023} < 2068,$$

$$45^2 < 2067 \le 2023+\sqrt{2023} < 2068 < 46^2,$$

$$45 \le \sqrt{2023+\sqrt{2023}} < 46 \text{ та } [\sqrt{2023+\sqrt{2023}}] = 45.$$

Аналогічно

$$2067 \le 2023 + \sqrt{2023+\sqrt{2023}} < 2068,$$

$$45 \le \sqrt{2023+\sqrt{2023+\sqrt{2023}}} < 46 \text{ та}$$

$$[\sqrt{2023+\sqrt{2023+\sqrt{2023}}}] = 45.$$

Аналогічна ситуація буде, коли доданків вже стане 4. Тобто, у подальшому, на значення цілої частини виразу кількість доданків не буде впливати. Тому

$$[\underbrace{\sqrt{2023+\sqrt{2023+\sqrt{2023+\ldots+\sqrt{2023}}}}}_{2023\ \text{коренів}}] = 45.$$

Відповідь: 45.