

## 9 клас (ср)

*«Я ніколи не дозволяв школі  
втручатися в мою освіту».  
Марк Твен*

**9–1.** Нехай  $\frac{p}{q} = \frac{2024}{2023} - \frac{2023}{2024}$ , де  $\frac{p}{q}$  – нескоротний дріб. Знайдіть значення  $p$ .

**9–2.** У гострокутному трикутнику  $ABC$  проведено бісектрису  $BL$  та висоту  $AD$ , що перетинаються в точці  $T$ . Виявилось, що висота  $LK$   $\triangle ALB$  ділиться навпіл прямою  $AD$ . Доведіть, що  $KT \perp BL$ .

**9–3.** Петрик та Василь грають у таку гру. Вони роблять ходи по черзі і починає Петрик. За один хід гравець вибирає одне із чисел від 1 до 2023 і записує його на дошку. Кожне число протягом гри можна вибрати не більше одного разу. Програє той, після чийого ходу добуток чисел на дошці буде ділитися на 2023. Хто виграє за умови, що кожний гравець прагне перемогти?

**9–4.** Додатні дійсні числа  $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$  стоять по колу. Виявилось, що для довільного  $i = 1, 2, \dots, 2024$  справджується умова  $a_i a_{i+1} < a_{i+2}$  (тут вважаємо, що  $a_{2025} = a_1$  та  $a_{2026} = a_2$ ). Яка найбільша можлива кількість натуральних чисел може бути серед чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$ ?

**9–5.** Знайдіть усі такі натуральні числа  $m$  та  $n$ , для яких обидва дроби  $\frac{2m-1}{n}$  та  $\frac{2n-1}{m}$  є цілими числами.

Київ, 28 січня 2024 р.

На виконання завдання відводиться 4 години  
Кожна задача оцінюється в 7 балів

## 9 клас (ср)

*«Я ніколи не дозволяв школі  
втручатися в мою освіту».  
Марк Твен*

**9–1.** Нехай  $\frac{p}{q} = \frac{2024}{2023} - \frac{2023}{2024}$ , де  $\frac{p}{q}$  – нескоротний дріб. Знайдіть значення  $p$ .

**9–2.** У гострокутному трикутнику  $ABC$  проведено бісектрису  $BL$  та висоту  $AD$ , що перетинаються в точці  $T$ . Виявилось, що висота  $LK$   $\triangle ALB$  ділиться навпіл прямою  $AD$ . Доведіть, що  $KT \perp BL$ .

**9–3.** Петрик та Василь грають у таку гру. Вони роблять ходи по черзі і починає Петрик. За один хід гравець вибирає одне із чисел від 1 до 2023 і записує його на дошку. Кожне число протягом гри можна вибрати не більше одного разу. Програє той, після чийого ходу добуток чисел на дошці буде ділитися на 2023. Хто виграє за умови, що кожний гравець прагне перемогти?

**9–4.** Додатні дійсні числа  $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$  стоять по колу. Виявилось, що для довільного  $i = 1, 2, \dots, 2024$  справджується умова  $a_i a_{i+1} < a_{i+2}$  (тут вважаємо, що  $a_{2025} = a_1$  та  $a_{2026} = a_2$ ). Яка найбільша можлива кількість натуральних чисел може бути серед чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$ ?

**9–5.** Знайдіть усі такі натуральні числа  $m$  та  $n$ , для яких обидва дроби  $\frac{2m-1}{n}$  та  $\frac{2n-1}{m}$  є цілими числами.

Київ, 28 січня 2024 р.

На виконання завдання відводиться 4 години  
Кожна задача оцінюється в 7 балів