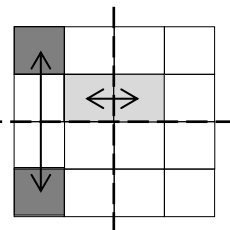


8 клас (ср)

«Я ніколи не дозволяв школі втручатися в мою освіту».
Марк Твен

8–1. Знайдіть кількість натуральних чисел, для яких добуток цифр та сума цифр однакові і дорівнюють 8.



8–2. Запишіть натуральні числа від 1 до 16 в клітинки квадрату 4×4 так, щоб в кожену клітинку було записане рівно одне число, кожне число було записане рівно один раз та щоб справджувалася умова: числа, які розташовані в клітинках, що симетричні відносно якогось із серединних перпендикулярів до сторін початкового квадрату 4×4 , дають в сумі просте число. На рисунку показані приклади таких пар клітин, суми чисел в яких мають бути простим числом.

8–3. Коло γ , що проходить через вершину A трикутника ABC , перетинає його сторони AB та AC вдруге в точках X та Y відповідно. Також коло γ перетинає сторону BC у точках D та E так, що $AD = AE$. Доведіть, що точки B, X, Y, C лежать на одному колі.

8–4. Додатні дійсні числа $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$ стоять по колу. Виявилось, що для довільного $i = 1, 2, \dots, 2024$ справджується умова $a_i a_{i+1} < a_{i+2}$ (тут вважаємо, що $a_{2025} = a_1$ та $a_{2026} = a_2$). Яка найбільша кількість натуральних чисел може бути серед цих чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$?

8–5. Натуральні числа a, b, c задовольняють рівності: $10a^2 - 3ab + 7c^2 = 0$. Яке найменше значення може приймати вираз $(a, b) \cdot (b, c) \cdot (c, a)$?

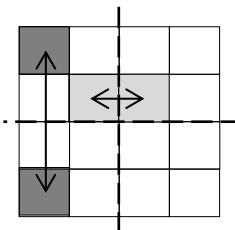
Тут через (x, y) позначений найбільший спільний дільник натуральних чисел x та y .

Київ, 28 січня 2024 р.

8 клас (ср)

«Я ніколи не дозволяв школі втручатися в мою освіту».
Марк Твен

8–1. Знайдіть кількість натуральних чисел, для яких добуток цифр та сума цифр однакові і дорівнюють 8.



8–2. Запишіть натуральні числа від 1 до 16 в клітинки квадрату 4×4 так, щоб в кожену клітинку було записане рівно одне число, кожне число було записане рівно один раз та щоб справджувалася умова: числа, які розташовані в клітинках, що симетричні відносно якогось із серединних перпендикулярів до сторін початкового квадрату 4×4 , дають в сумі просте число. На рисунку показані приклади таких пар клітин, суми чисел в яких мають бути простим числом.

8–3. Коло γ , що проходить через вершину A трикутника ABC , перетинає його сторони AB та AC вдруге в точках X та Y відповідно. Також коло γ перетинає сторону BC у точках D та E так, що $AD = AE$. Доведіть, що точки B, X, Y, C лежать на одному колі.

8–4. Додатні дійсні числа $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$ стоять по колу. Виявилось, що для довільного $i = 1, 2, \dots, 2024$ справджується умова $a_i a_{i+1} < a_{i+2}$ (тут вважаємо, що $a_{2025} = a_1$ та $a_{2026} = a_2$). Яка найбільша кількість натуральних чисел може бути серед цих чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$?

8–5. Натуральні числа a, b, c задовольняють рівності: $10a^2 - 3ab + 7c^2 = 0$. Яке найменше значення може приймати вираз $(a, b) \cdot (b, c) \cdot (c, a)$?

Тут через (x, y) позначений найбільший спільний дільник натуральних чисел x та y .

Київ, 28 січня 2024 р.