Сумський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти

Завдання
III етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики
2022-2023 н.р.

8 клас

1. Розв’язати рівняння:

$$(x-2020)(x-2021)(x-2022)=(x-2021)(x-2022)(x-2023).$$

2. З пунктів А і В одночасно назустріч один одному з постійними швидкостями виїхали два автомобіля та зустрілися через деякий час. Якщо автомобілі збільшать свої швидкості на 10 %, то вони зустрінуться на 1 годину раніше. З’ясуйте, на скільки раніше зустрінуться автомобілі, якщо їхні швидкості збільшаться на 20 %? Відповідь обґрунтуйте.

3. Через точку K до кола з центром O проведено дотичні KC і KD (C і D – точки дотику). Пряма KO перетинає коло в точці P такій, що точка O лежить між точками K і P. Відомо, що $KO = 2OP$. Доведіть, що чотирикутник $KDPC$ – ромб.

4. Вінні-Пух і П’ятачок грають у гру за такими правилами: палицю довжиною 15 см першим ходом П’ятачок розламує на дві частини, далі гравці по черзі розламують на дві частини один із наявних шматків. При цьому, шматки повинні мати натуральну довжину (у сантиметрах) і не можуть дорівнювати 1 см. Програє той, хто не може зробити хід. З’ясуйте, у кого з гравців є виграшна стратегія? Відповідь обґрунтуйте.

5. Розв’язати рівняння $[2023x[x]] = 2023$, де символом $[x]$ позначається найбільше ціле число, що менше або рівне x.

На виконання роботи відводиться 4 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів
Використання цифрових пристроїв не дозволяється