

Відповіді

III етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

2022-2023 н.р.

7 клас

1. $|x - 2023| - 2025 + x = 0$.

$$|x - 2023| - 2025 = -x \text{ або } |x - 2023| - 2025 = x$$

а) $|x - 2023| = 2025 - x$

$$x - 2023 = 2025 - x \text{ або } x - 2023 = x - 2025 ;$$

$$2x = 4048 \quad \text{або } 0x = -2$$

$$x = 2024 \quad \text{коренів не має.}$$

б) $|x - 2023| = 2025 + x$

$$x - 2023 = 2025 + x \text{ або } x - 2023 = -x - 2025 ;$$

$$0x = 4048 \quad \text{або } 2x = -2$$

$$\text{коренів немає} \quad x = -1$$

Перевірка показує, що коренем рівняння є число $x = -1$.

Відповідь: $x = -1$.

2. Нехай П'ятачок з'їв k ложок меду по x грам у кожній ложці. Тоді всього П'ятачок з'їв kx (г) меду. Вінні-Пух з'їв $0,6k$ ложок меду по $2,5x$ г у кожній ложці, тобто $0,6k \cdot 2,5x = 1,5k \cdot x$ (г) меду. Отже, всього у банці було $kx + 1,5kx = 2,5kx$ (г) меду, із якого Вінні-Пух з'їв $1,5kx$ (г), або $\frac{3}{5}$ банки меду.

Відповідь: 0,6 банки меду.

3. Указаний перпендикуляр є серединним до AC , тому $MA = MC$. $\angle BCM = 90^\circ - \angle A = \angle B$. Тоді $\triangle BMC$ рівнобедрений і $MC = MB$.

4. Перше зважування – на одну шальку Оленка кладе гирі 1, 2, 3, 4, 5 г, а на іншу – 7, 8 г. Неважко збагнути, що вага п'яти найменших гир дорівнює 15, так само як і вага двох найбільших, тому це єдиний розподіл гир. Таким чином, Сашко вже знає колір двох найважчих гир у 7 та 8 г.

Друге зважування: на одну шальку Оленка кладе гирю у 8 г, а на другу – дві гирі у 1 та 7 г.

Оскільки Сашко вже знає колір важких гир, то, очевидно, що третя гиря, що може зробити рівновагу – це гиря вагою 1 г.

Те, що не можна знайти цю гирю за одне зважування впливає з таких міркувань. Щоб її знайти за єдине зважування, вона має залишитися окремо, або на одній з шальок (що, очевидно, неможливо), або єдина, яку на шальки не покладуть. Але тоді мали б бути урівноваженими всі інші 7 гир, але їхня сумарна вага – $2+3+\dots+8=35$ г, тобто непарна і на дві рівні частини не поділяється. Таким чином одного зважування недостатньо.

Відповідь: 2.