

Задачі на дослідження в процесі навчання математики

Нагорна Лариса Іванівна, Сумська загальноосвітня школа I-III ступенів № 12 ім. Б. Берестовського м. Суми

З метою розвитку творчих здібностей у процесі навчання математики доцільно використовувати задачі на дослідження, які дають можливість учням спостерігати та виділяти закономірності, розрізняти істотні й неістотні ознаки, експериментувати.

Процес розв'язування задач на дослідження сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів, створює умови для саморозвитку та творчого самовдосконалення.

Математика (5-6 клас)

1. У зошиті в клітинку намалюйте прямокутник, площа якого дорівнює 24 клітинкам (вершини прямокутника повинні лежати в вершинах клітинок).

З'ясуйте, скільки може бути таких прямокутників?

Дослідіть, для яких площ може бути тільки один прямокутник.

Для яких – два різних прямокутника, три різних прямокутника?

З'ясуйте, як залежить кількість варіантів від площі.

Знайдіть з усіх прямокутників з однаковою площею той, у якого периметр найменший.

2. У зошиті в клітинку намалюйте квадрати, площі яких дорівнюють 1, 2, 4, 5, 8, 13, 26 клітинок (вершини квадрата повинні лежати в вершинах клітинок).

Дослідіть, квадрати якої площі можна зобразити в зошиті в клітинку.

3. Складіть таблицю простих чисел, застосовуючи метод – «решето Ератосфена». Виберіть з ряду простих чисел числа-близнюки (у межах першої сотні, тисячі), зокрема пари чисел, трійки чисел, четвірки чисел.

Запишіть загальний вигляд чисел-близнюків, чи можливо це зробити?

Цікаво! Найменшими числами-близнюками є: (3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43), (59, 61), (71, 73), (101, 103), (107, 109), (137, 139), (149, 151), (179, 181), (191, 193), (197, 199), (227, 229), (239, 241), (269, 271), (281, 283), (311, 313), (347, 349), (419, 421), (431, 433), (461, 463), (521, 523), (569, 571), (599, 601), (617, 619), (641, 643), (659, 661), (809, 811), (821, 823), (827, 829), (857, 859), (881, 883).

Числа-близнюки можуть збиратися в скупчення, утворюючи трійки (3, 5, 7), четвірки (5, 7, 11, 13) або (11, 13, 17, 19).

Найбільша пара чисел-близнюків з відомих на даний момент була відкрита в грудні 2011 року в рамках проекту розподілених обчислень PrimeGrid. Вона має вигляд:

$$(3756801695685 \cdot 2^{666669} - 1, 3756801695685 \cdot 2^{666669} + 1).$$

4. Запишіть число 15 у вигляді суми послідовних натуральних чисел. З'ясуйте, скількома способами можна це зробити?

$$(15 = 7 + 8 = 4 + 5 + 6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5).$$

Дослідіть, скільки існує способів, щоб записати число 115 у вигляді суми послідовних натуральних чисел?

З'ясуйте, як знайти кількість способів для довільного числа.

5. Знайдіть числа, які мають три дільника. З'ясуйте, яку властивість мають ці числа?

Чи справджується ця властивість для всіх чисел, що мають рівно три дільника?

Яким може бути вигляд числа, що має 4 дільника, 5 дільників?

Для даного натурального числа N знайдіть всі натуральні числа, що мають N дільників.

Геометрія (7-9 клас)

1. З'ясуйте, як відновити трикутник, чотирикутник, п'ятикутник, багатокутник за серединами його сторін?

Скількома способами це можна зробити?

Дослідіть кількість розв'язків для кожного випадку.

2. Дослідіть, у якому випадку фігура, складена з трьох кіл, має центр симетрії.

3. У трикутнику існує така точка M , що площі трикутників ABM , BCM і ACM рівні. З'ясуйте, де розташована ця точка? Чи є ще на площині точки, які мають таку властивість? У яких чотирикутниках існує аналогічна точка?

4. Розглянемо множину трикутників, у яких радіус описаного кола $R = 1$. Нехай r – радіус вписаного кола, а p – півпериметр трикутника. Зобразіть множину всіх таких трикутників (рівнобедрених, прямокутних) на площині (r, p) .

4. Дано дві фіксовані точки кола A , B і «змінна» точка кола C .

Дослідіть, по якій траєкторії рухаються точки перетину медіан, бісектрис, висот трикутника ABC , коли точка C «пробігає» коло?

5. Нехай у площині розташована точка A – вершина трикутника, точка O – центр кола, описаного навколо трикутника. Дослідіть, де знаходиться точка перетину медіан F ?

6. Нехай задано дві фігури F і G . Напівсумою цих фігур назовемо множину всіх середин відрізків, один кінець яких належить F , а другий – G .

Дослідіть, що є напівсумою двох відрізків? З'ясуйте, які фігури можуть бути напівсумами багатокутників?

7. Дослідіть, під яким кутом потрібно збити три однакові дошки, щоб одержати жолоб з найбільшим поперечним перерізом (найбільшим об'ємом)?